طرق تكرارية جديدة فعالة للمسائل غير الخطية ودوال المصفوفات

مقدمة من:

سلطان معيش العصلاني

اشراف:

د. زكاء الله مالك

د. فؤاد عثمان ملاوي

ملخص الرسالة

الطرق التكرارية دائما ما تلعب دوراً هاماً في الرياضيات، خاصة عندما نأتي للمسائل التطبيقية فإن عمليات الحل غالبا ما تقودنا إلى الطرق التكرارية، بحيث أن الطريقة التكرارية يجب استخدامها لتعطي تقارب إلى الحل الصحيح من خلال شروط مناسبة على البيانات المدخلة.

في هذه الاطروحة طورنا طريقتين تكرارية عددية. أولاهما فيها بحثنا عن طريقة تكرارية لحساب الجذر التربيعي للمصفوفة ومعكوس الجذر التربيعي للمصفوفة في ذات الوقت وهو ما تم تكوينه من خلال مفهوم دالة إشارة المصفوفة. خصائص التقارب أيضا نوقشت تحت بعض الشروط على اختيار المصفوفة الابتدائية وكذلك على مصفوفة المدخلات A. أدى ذلك إلى محاولة اقتراح طريقة تكرارية تمتلك أعلى رتبة تقارب بالإضافة إلى أنها مستقرة. بعد ذلك توسعنا في الطريقة المقترحة حتى وصلنا إلى الجذر p للمصفوفة. وأخيراً أجرينا اختبارات عديدة تتضمن تطبيقات للطريقة التكرارية المقترحة لحل معادلات المصفوفات التفاضلية.

الطريقة الثانية هي طريقة جديدة تحت مظلة الطرق التكرارية لحساب الإشارة للمصفوفة القابلة للعكس. وللوصول إلى هذا الهدف، تم مراجعة طرق الحلول السابقة الموجودة من نفس النوع مشتقين بذلك طريقة جديدة بالاعتماد على شبيهة طرق معادلة نيوتن متعددة الخطوات غير الخطية. أظهرت الطريقة الجديدة ومقلوبها تقارب شامل مع نصف تقارب أوسع مقارنة مع منافسيها من نفس الرتبة مثل طرق بادي العامة. بعد التحقيق في الأجزاء النظرية تمت التجارب العددية المعتمدة على المصفوفات المركبة من احجام مختلفة ومنها توصلنا إلى اكتشاف التفوق للطرق الحالة المقترحة من حيث الوقت المستغرق للمعالجة.

Efficient novel iterative methods for nonlinear problems and matrix functions

By

Sultan Muaysh Alaslani

Supervised By

Dr. Malik Zaka Ullah

Dr. Fouad Othman Mallawi

Abstract

Iterative methods play curial roles everywhere in mathematics. Especially, when it comes to practical problems, their solving processes are mostly led to iteration schemes, in which an iterative process should be used for converging to the true solution by considering appropriate conditions on the choice of the input data. Here, we develop two numerical iterative schemes. In the first scheme, it is investigated on an iterative scheme to calculate the matrix square root and its inversion simultaneously. It is constructed via the concept of matrix sign function. Convergence properties are discussed under some conditions on the choice of the initial matrix as well as the input matrix A. It is then attempted to propose an iterative method possessing higher convergence order, which is also stable. Extension of the proposed scheme to the p^{th} root of a matrix is also given. Ultimately, several tests including an application of the proposed iterative method to solve matrix differential equations is brought forward.

In the second scheme, a new scheme is proposed under the umbrella of iteration methods to compute the sign of an invertible matrix. To this target, a review of the

exiting solvers of the same type is given and then a new scheme is derived based on a multi-step Newton-type nonlinear equation solver. It is shown that the new method and its reciprocal converge glob ally with wider convergence radii in contrast to their competitors of the same order from the general Pade schemes. After investigation on the theoretical parts, numerical experiments ´ based on complex matrices of various sizes are furnished to reveal the superiority of the proposed solver in terms of the elapse CPU time.